EJERCICIOS DE SUCESIONES 3º ESO

1. En las sucesiones de término general $a_n=5n-3$ y $b_n=2n$, halla los términos primero, segundo y décimo.

Solución:

$a_1 = 5{\cdot}1 - 3 = 2 \qquad a_2 = 5{\cdot}2 - 3 = 7 \qquad a_{10} = 5{\cdot}10 - 3 = 47$

$b_1 = 2{\cdot}1 = 2 \qquad b_2 = 2{\cdot}2 = 4 \qquad b_{10} = 2{\cdot}10 = 20$

2. Halla los cinco primeros términos de la sucesión $a_n = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$

Solución:

$a_1 = \left(\frac{1-1}{1}\right)^2 = 0 \qquad a_2 = \left(\frac{2-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \qquad a_3 = \left(\frac{3-1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \qquad a_4 = \left(\frac{4-1}{41}\right)^2 = \frac{9}{16} \qquad a_5 = \left(\frac{5-1}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

3. Completa los términos intermedios que faltan en las siguientes sucesiones:
   a) 8,___, 4, 2, ___, -2, ...
   b) 1, 4, ___, 16, ___, 36, 49, ...

Solución:
a) 8, 6, 4, 2, 0, -2, ...
b) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...

4. Comprueba si 5, 7 y 9 son términos de la sucesión que tiene de término general $a_n=2n+3$.

Solución:
Para que sean términos de esa sucesión, debe existir números naturales que sustituidos por n en la fórmula del término general den como resultado, 5, 7 y 9.

$5 = 2n + 3 \Rightarrow 2n = 2 \Rightarrow n = 1$

$7 = 2n + 3 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2$

$9 = 2n + 3 \Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow n = 3$

Por tanto, sí son términos de la sucesión. En concreto, los tres primeros.

5. Halla el término general de la sucesión: $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \frac{32}{243}, \ldots$

Solución:

$a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$

6. Halla el término general de las siguientes sucesiones: a) $-2, -4, -6, -8, \ldots$

b) $1, \frac{1}{8}, \frac{1}{27}, \frac{1}{64}, \frac{1}{125}, \ldots$

Solución:
a) $a_n = -2n$
b) $b_n = n^3$

7. Halla el término general de las siguientes sucesiones: a) 2,5,10,17, ...; b) 2, 4, 6, 8, ...

Solución:

a) $a_n = n^2 + 1$

b) $b_n = 2n$

8. Halla el término general de las siguientes sucesiones: a) 5, 7, 9, 11, 13, 15,...

b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8},$

Solución:

a) $a_n = 2n + 3$

b) $b_n = \frac{1}{n+2}$

9. Halla los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = (-1)^n \cdot (2n+5)$

b) $b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$

Solución:

a) $a_1 = -7$; $a_2 = 9$; $a_3 = -11$; $a_4 = 13$; $a_5 = -15$

b) $b_1 = 4$; $b_2 = 5{,}06\ldots$; $b_3 = 5{,}61\ldots$; $b_4 = 5{,}96\ldots$; $b_5 = 6{,}19\ldots$

10. Halla el término general de las siguientes sucesiones: a) 1,4,9,16, ...; b) 3,6,9,12, ...

Solución:

c) $a_n = n^2$

d) $b_n = 3n$

11. Escribe los ocho primeros términos de la sucesión (a_n) dada por: $a_1=1$, $a_2=1$, $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$

Solución:

$a_1 = 1$

$a_2 = 1$

$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$

$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$

$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$

$a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8$

$a_7 = a_6 + a_5 = 8 + 5 = 13$

$a_8 = a_7 + a_6 = 13 + 8 = 21$

12. Escribe los ocho primeros términos de la sucesión (a_n) dada por: $a_1=2$, $a_2=3$, $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$

Solución:

$a_1 = 2$

$a_2 = 3$

$a_3 = a_2 + a_1 = 3 + 2 = 5$

$a_4 = a_3 + a_2 = 5 + 3 = 8$

$a_5 = a_4 + a_3 = 8 + 5 = 13$

$a_6 = a_5 + a_4 = 13 + 8 = 21$

$a_7 = a_6 + a_5 = 21 + 13 = 34$

$a_8 = a_7 + a_6 = 34 + 21 = 55$

13. Dado el término general de la progresión aritmética $a_n=6-5n$. Halla la suma de los veintiocho primeros términos.

Solución:

$a_1 = 6 - 5 = 1$

$a_{28} = 6 - 5 \cdot 28 = -134$

$$S_{28} = \frac{28 \cdot (a_1 + a_{28})}{2} = \frac{28 \cdot (1 - 134)}{2} = -1862$$

14. Halla la diferencia y el término general de la progresión aritmética: -8, -4, 0, 4, …

Solución:

$d = 4$

$a_n = a_1 + (n-1)d = -8 + (n-1)4 = -8 + 4n - 4 = 4n - 12 \Rightarrow a_n = 4n - 12$

15. Halla la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética: 8, 15/2, 7,…

Solución:

$d = -\frac{1}{2}$

$$a_{12} = a_1 + 11d = 8 + 11\left(-\frac{1}{2}\right) = 8 - \frac{11}{2} = \frac{5}{2}$$

$$S_{12} = \frac{12 \cdot (a_1 + a_{12})}{2} = \frac{12 \cdot \left(8 + \frac{5}{2}\right)}{2} = \frac{12 \cdot \frac{21}{2}}{2} = 63$$

16. Halla el término general de una progresión aritmética cuya diferencia es 8 y el segundo es 5.

Solución:

$a_2 = a_1 + d \Rightarrow 5 = a_1 + 8 \Rightarrow a_1 = -3$

$a_n = a_1 + (n-1)d = -3 + (n-1)8 = -3 + 8n - 8 \Rightarrow a_n = 8n - 11$

17. Halla la suma de los 23 primeros términos de la progresión aritmética: 6,19/3,20/3,...

Solución:

$d = \frac{1}{3}$

$a_{23} = a_1 + 22d = 6 + 22\frac{1}{3} = 6 + \frac{22}{3} = \frac{40}{3}$

$S_{23} = \frac{23 \cdot (a_1 + a_{23})}{2} = \frac{23 \cdot \left(6 + \frac{40}{3}\right)}{2} = \frac{23 \cdot \frac{58}{3}}{2} = \frac{1334}{6} = \frac{667}{3}$

18. Los lados de un cuadrilátero están en progresión aritmética de diferencia 6. Si el perímetro es 52 cm, calcula la longitud de sus lados.

Solución:

$52 = \frac{4 \cdot (a_1 + a_4)}{2} \Rightarrow 26 = a_1 + a_4 \Rightarrow a_1 + a_1 + 3d = 26 \Rightarrow 2a_1 + 18 = 26 \Rightarrow a_1 = 4$

Los lados miden: 4, 10, 16 y 22 cm.

19. Halla el primer término y el término general de una progresión aritmética, sabiendo que el sexto término es -12 y la diferencia -4.

Solución:

$a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow -12 = a_1 - 20 \Rightarrow a_1 = 8$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 8 + (n - 1)(-4) = 8 - 4n + 4 \Rightarrow a_n = 12 - 4n$

20. Halla el primer término y la diferencia de una progresión aritmética, sabiendo que el cuarto término es 39 y el noveno 84.

Solución:

$a_9 = a_4 + (9-4)d \Rightarrow 84 = 39 + 5d \Rightarrow d = 9$

$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 39 = a_1 + 27 \Rightarrow a_1 = 12$

21. Halla el primer término y el término general de una progresión aritmética, sabiendo que el décimo término es 15/2 y la diferencia 1/2.

Solución:

$a_{10} = a_1 + 9d = \frac{15}{2} = a_1 + \frac{9}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{15}{2} - \frac{9}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow a_1 = 3$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)\frac{1}{2} = 3 + \frac{n}{2} - \frac{1}{2} = \frac{n}{2} + \frac{5}{2} = \frac{n+5}{2} \Rightarrow a_n = \frac{n+5}{2}$

22. En una progresión aritmética conocemos el tercer término que vale 20 y el término

trigésimo que vale 101. Halla la diferencia y el término 60.

Solución:

$a_{30} = a_3 + (30-3)d \Rightarrow \quad 101 = 20 + 27d \Rightarrow \quad 27d = 81 \Rightarrow \quad d = 3$

$a_{60} = a_{30} + (60-30)d = 101 + 30 \cdot 3 = 101 + 90 \Rightarrow a_{60} = 191$

23. ¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética: 7, 10, 13, ..., para obtener como resultado 282?

Solución:

Se trata de una progresión aritmética de diferencia 3:

$a_n = a_1 + (n-1)d = 7 + (n-1)3 = 3n + 4$

$282 = \frac{n \cdot (7+3n+4)}{2} \Rightarrow 564 = 3n^2 + 11n \Rightarrow 3n^2 + 11n - 564 = 0 \Rightarrow n = -15{,}66\ldots \text{(no válida) y } n = 12$

Por tanto, hay que sumar 12 términos

24. En una progresión aritmética la suma de los diez primeros términos vale 530 y el primer término 8. ¿Cuánto vale el término décimo?

Solución:

$S_{10} = \frac{10 \cdot (a_1 + a_{10})}{2} \Rightarrow 530 = \frac{10 \cdot (8 + a_{10})}{2} \Rightarrow 530 = 5(8 + a_{10}) \Rightarrow 530 = 40 + 5a_{10} \Rightarrow a_{10} = 98$

25. ¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética: 3, 9, 15, ..., para obtener como resultado 192?

Solución:

Se trata de una progresión aritmética de diferencia 6

$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)\,6 = 6n - 3$

$192 = \frac{n \cdot (3+6n-3)}{2} \Rightarrow 384 = 6n^2 \Rightarrow n^2 = 64 \Rightarrow n = -8 \text{ (no válida) y } n = 8$

Por tanto, hay que sumar 8 términos

26. Halla el término general de la progresión geométrica: 4, 2, 1, …

Solución:

$r = \frac{1}{2}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^2 \cdot 2^{-n+1} = 2^{3-n} \Rightarrow a_n = 2^{3-n}$

27. Hallar el término general de la progresión geométrica: 5, 1, 1/5, …

Solución:

$r = \frac{1}{5}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = 5 \cdot 5^{-n+1} = 5^{2-n} \Rightarrow a_n = 5^{2-n}$

28. Hallar la razón y el término general de la progresión geométrica: 2, 3, 9/2, …

Solución:

$$r = \frac{3}{2}$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} = \frac{3^{n-1}}{2^{n-2}} \Rightarrow a_n = \frac{3^{n-1}}{2^{n-2}}$$

29. Dado el término general de la progresión geométrica: $\mathbf{a_n = 2\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^n}$, halla los tres primeros términos y la razón.

Solución:

$$a_1 = -\frac{2}{5};\ a_2 = \frac{2}{25};\ a_3 = -\frac{2}{125}$$

$$r = \left(\frac{2}{25}\right):\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{5}$$

30. En una progresión geométrica el primer término es 2 y la razón 1/2. Halla la suma de los 6 primeros términos.

Solución:

$$a_6 = 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{32}\cdot\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1-128}{64}}{-\frac{1}{2}} = \frac{-127}{-128} = \frac{127}{128}$$

31. Halla la suma de los ocho primeros términos de la progresión geométrica: ¼, ½, 1, …

Solución:

$r = 2$

$$a_8 = a_1 \cdot r^7 = \frac{1}{4}\cdot 2^7 = 32$$

$$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{32\cdot 2 - \frac{1}{4}}{2 - 1} = \frac{64 - \frac{1}{4}}{1} = 63{,}75$$

32. En un cultivo de bacterias, que se reproducen por bipartición cada 30 minutos, había inicialmente 10 bacterias. Averigua cuántas bacterias habrá al cabo de 12 horas.

Solución:

Sea $a_1 = 10$ el número de bacterias inicialmente

$a_2 = 10 \cdot 2 = 20$ el número de bacterias al cabo de 30 min.

$a_3 = 20 \cdot 2 = 40$ el número de bacterias al cabo de 60 min.

Entonces $a_1, a_2, a_3, \ldots$, es una progresión geométrica de razón 2.

Al cabo de 12 horas $\Rightarrow n = 24$, el número de bacterias será:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_{24} = 10 \cdot 2^{23} = 83\,886\,080$, es decir, aproximadamente tendremos 84 millones de bacterias.

33. El primer término de una progresión geométrica es 27/4 y el cuarto es -1/4. Halla la razón.

Solución:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{27}{4} \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = -\frac{1}{27} \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$$

34. Halla término general de una progresión geométrica sabiendo que el quinto término es 16 y el segundo -2.

Solución:

$$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 16 = (-2) \cdot r^3 \Rightarrow -8 = r^3 \Rightarrow r = -2$$

$$a_1 = 1 \Rightarrow a_n = 1 \cdot (-2)^{n-1} \Rightarrow a_n = (-2)^{n-1}$$

35. Halla el primer término y la razón de una progresión geométrica, sabiendo que el segundo término vale 9 y el quinto 243.

Solución:

$$a_5 = a_2 \cdot r^{5-2} \Rightarrow 243 = 9 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$a_2 = a_1 \cdot r \Rightarrow 9 = a_1 \cdot 3 \Rightarrow a_1 = 3$$

36. Halla el término general de una progresión geométrica sabiendo que el sexto término es 486 y el tercero 18.

Solución:

$$a_6 = a_3 \cdot r^3 \Rightarrow 486 = 18 \cdot r^3 \Rightarrow 27 = r^3 \Rightarrow r = 3$$

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \Rightarrow 18 = a_1 \cdot 9 \Rightarrow a_1 = 2$$

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

37. En cierto cultivo, inicialmente, había 1 000 amebas que se reproducen por bipartición cada día. ¿Cuántas amebas habrá al cabo de 30 días desde que se inició el cultivo?

Solución:

Sea $a_1 = 1\,000$ el número de amebas inicialmente

$a_2 = 1000 \cdot 2 = 2\,000$ el número de amebas al cabo de un día.

$a_3 = 2\,000 \cdot 2 = 4\,000$ el número de amebas al cabo de dos días.

Entonces a_1, a_2, a_3, ..., es una progresión geométrica de razón 2.

Al cabo de 30 días $\Rightarrow n = 30$, el número de amebas será:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_{30} = 1000 \cdot 2^{29} = 536\,870\,912\,000$, es decir, aproximadamente tendremos 537 mil millones de amebas.

38. En una progresión geométrica el quinto término es 32 y el segundo 4. Halla la suma de los diez primeros términos.

Solución:

$$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 32 = 4 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{4}{2} = 2$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 = 2 \cdot 2^9 = 1\,024$$

$$S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{1024 \cdot 2 - 2}{2 - 1} = 2\,046$$

39. De una progresión geométrica sabemos que $a_3=12$ y $a_7=192$. Calcula su razón y su décimo término.

Solución:

$$a_3 = 12 \;,\; a_7 = 192$$

$$\begin{cases} a_7 = 192 \Rightarrow a_1 \cdot r^6 = 192 \\ a_3 = 12 \Rightarrow a_1 \cdot r^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1 \cdot r^6}{a_1 \cdot r^2} = \frac{192}{12} \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow \boxed{r = 2}$$

$$a_1 \cdot r^2 = 12 \Rightarrow a_1 = \frac{12}{r^2} \Rightarrow a_1 = \frac{12}{2^2} \Rightarrow \boxed{a_1 = 3}$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 \Rightarrow a_{10} = 3 \cdot 2^9 = 1536$$